

MODUL PEMBELAJARAN PROGRAM LINEAR

PEMODELAN MATEMATIKA



KELAS
XI

DAFTAR ISI

Daftar Isi	i
Tujuan Pembelajaran.....	ii
Peta Konsep.....	iii
Pengantar Modul.....	1
A. Pengertian Program Linear.....	2
B. Model Matematika dalam Program Linear.....	2
C. Komponen Model Matematika dalam Program Linear	3
1. Variabel Keputusan.....	3
2. Fungsi Tujuan	3
3. Fungsi Kendala.....	3
4. Fungsi Kendala.....	3
D. Komponen Model Matematika dalam Program Linear.....	4
1. Memahami Masalah Pada Soal	4
2. Menentukan Variabel Keputusan.....	4
3. Menentukan Kendala atau Batasan.....	4
4. Menuliskan Model Matematika secara Lengkap	4
E. Latihan Soal dan Penyelesaian	5
F. Quiz.....	7
G. Ringkasan Materi.....	10

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari modul ini, peserta didik diharapkan mampu:

- Menjelaskan pengertian program linear secara sederhana dan tepat.
- Mengenali masalah sehari-hari yang dapat dinyatakan dalam bentuk model matematika.
- Menentukan variabel keputusan, fungsi tujuan, fungsi kendala, dan syarat non-negatif.
- Menyusun model matematika berdasarkan permasalahan kontekstual.



Petunjuk Penggunaan Modul

Cara menggunakan modul ini

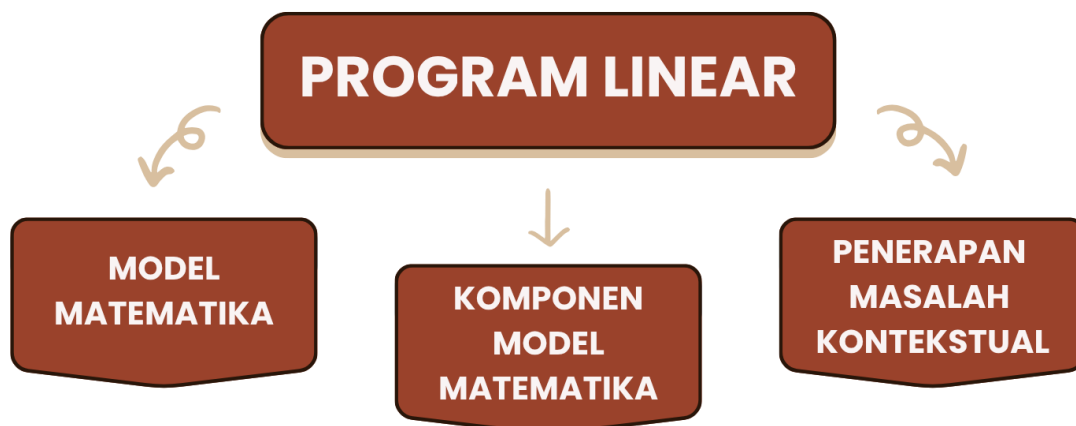
- ✓ Bacalah peta konsep dan pengantar terlebih dahulu agar memperoleh gambaran umum materi yang akan dipelajari.
- ✓ Pelajari materi inti secara berurutan supaya pemahaman terbentuk dengan runtut.
- ✓ Cermati contoh soal beserta penyelesaiannya untuk memahami penerapan konsep.
- ✓ Kerjakan kuis secara mandiri untuk mengukur tingkat pemahaman terhadap materi.
- ✓ Gunakan video pembelajaran yang terhubung melalui QR code sebagai sumber belajar pendukung.



Scan QR untuk Video Pendukung
atau Klik Link Dibawah ini
<https://youtu.be/VT2ZrRwR2Rg>

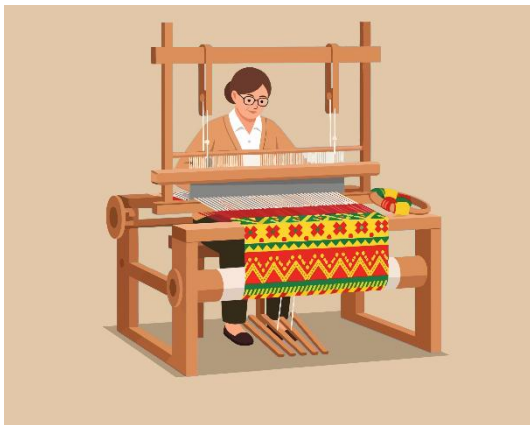
Peta Konsep

Peta konsep berikut menunjukkan susunan gagasan yang dipelajari pada Modul.



Pengantar Modul

Setiap hari, kita sering dihadapkan pada keadaan yang menuntut pilihan dan perencanaan. Misalnya, seorang pedagang harus menentukan jumlah barang yang akan dibuat dengan bahan yang terbatas. Seorang petani harus membagi pupuk untuk beberapa jenis tanaman. Seorang perajin juga harus memperhitungkan banyak bahan, waktu kerja, dan jenis produk yang dapat dihasilkan. Situasi tersebut sebenarnya sedang berhadapan dengan masalah yang dapat dinyatakan secara matematis.



Perhatikan contoh sederhana di sekitar kita. Seorang perajin membuat dua jenis produk, yaitu kain tenun dan selendang. Masing-masing produk membutuhkan jumlah bahan dan waktu pengerjaan yang berbeda. Jika persediaan bahan dan waktu kerja terbatas, bagaimana cara menuliskan hubungan tersebut ke dalam bentuk matematika? Bagaimana kita menyatakan banyaknya produk yang dibuat, batas bahan yang tersedia, dan syarat bahwa jumlah produk tidak mungkin bernilai negatif? Pertanyaan-pertanyaan seperti ini menjadi dasar dalam mempelajari program linear.

Melalui modul ini, akan belajar mengenali pengertian program linear secara sederhana, memahami bentuk model matematika, serta mengenal komponen-komponen yang menyusunnya. Mempelajari modul ini diharapkan tidak hanya membaca soal cerita saja, tetapi juga mampu melihat struktur matematis yang tersembunyi di baliknya. Modul ini diawali dengan pengenalan program linear melalui situasi kontekstual yang dekat dengan kehidupan peserta didik. Selanjutnya, membahas model matematika serta komponen-komponen yang ada di dalam program linear, seperti variabel keputusan, fungsi kendala, dan syarat non-negatif. Pada bagian akhir, terdapat mengerjakan latihan dan kuis untuk menguji pemahaman terhadap konsep dasar yang telah dipelajari.

Kata Kunci

Program linear, model matematika, variabel keputusan, fungsi kendala, syarat non-negatif, masalah kontekstual

A. Pengertian Program Linear

Program linear adalah cara dalam matematika untuk menyatakan masalah sehari-hari ke dalam bentuk matematika. Masalah yang dimaksud biasanya berkaitan dengan pilihan, keterbatasan, atau aturan tertentu, misalnya jumlah bahan yang tersedia, waktu yang terbatas, atau banyaknya barang yang dapat dibuat. Hubungan-hubungan dalam masalah tersebut dinyatakan dengan bentuk linear, yaitu bentuk matematika yang variabelnya muncul secara sederhana, seperti x dan y lalu dihubungkan dengan bilangan melalui persamaan atau pertidaksamaan.

Secara sederhana, program linear dapat dipahami sebagai jembatan antara soal cerita dan model matematika. Dalam program linear, kita mengubah masalah nyata menjadi kalimat matematika dengan menentukan variabel, lalu menuliskan kendala atau batasan yang harus dipenuhi. Program linear tidak hanya membahas hitungan, tetapi juga melatih cara berpikir logis dan runtut dalam memahami masalah.

B. Model Matematika dalam Program Linear

Model matematika dalam program linear adalah bentuk matematika yang dibuat dari suatu masalah sehari-hari. Cerita atau keadaan nyata diubah ke dalam bahasa matematika agar lebih mudah dipahami dan diselesaikan. Bentuk ini biasanya dinyatakan dengan variabel, persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi yang mewakili informasi pada soal. Model matematika berarti hasil terjemahan masalah nyata ke bentuk matematika secara logis dan teratur.

Model matematika dalam program linear, dibuat dengan cara menentukan apa yang dicari, lalu menuliskan batasan-batasan yang ada pada masalah. Misalnya, jika seorang perajin membuat dua jenis produk, maka banyaknya produk dapat dinyatakan dengan variabel, seperti x dan y . Setelah itu, informasi tentang bahan, waktu, atau biaya ditulis dalam bentuk pertidaksamaan linear. Maka model matematika dapat disebut sebagai jembatan antara soal cerita dan bentuk hitungan matematika. Tanpa model matematika, masalah kontekstual akan sulit dianalisis secara sistematis.

C. Komponen Model Matematika dalam Program Linear

Model matematika dalam program linear tersusun atas beberapa bagian yang saling berkaitan. Bagian-bagian ini membantu kita mengubah soal cerita menjadi bentuk matematika yang lebih jelas dan teratur.

1. Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah lambang atau simbol yang digunakan untuk menyatakan sesuatu yang belum diketahui nilainya dan harus ditentukan dari suatu masalah. Biasanya variabel ditulis dengan huruf, misalnya x dan y . Variabel keputusan dalam soal kontekstual, dapat menyatakan banyak barang, jumlah produk, waktu, atau hal lain yang ingin dicari. Jadi, variabel keputusan menjadi titik awal dalam menyusun model matematika.

2. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan adalah bentuk matematika yang menunjukkan arah atau sasaran dari suatu masalah. Fungsi tujuan ditulis sebagai hubungan linear dari variabel keputusan. Pada tingkat dasar, fungsi tujuan cukup dipahami sebagai kalimat matematika yang menyatakan apa yang menjadi tujuan utama dari masalah, misalnya keuntungan, hasil produksi, atau biaya. Jadi, fungsi tujuan memberi gambaran tentang apa yang sedang diperhatikan dalam persoalan.

3. Fungsi Kendala

Fungsi kendala adalah batasan-batasan yang harus dipenuhi dalam suatu masalah. Kendala ini berasal dari informasi pada soal, misalnya bahan yang tersedia, waktu kerja, modal, kapasitas, atau jumlah maksimum dan minimum. Dalam model matematika, kendala biasanya ditulis dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan linear. Karena itu, fungsi kendala dapat dipahami sebagai aturan yang membatasi nilai variabel keputusan agar tetap sesuai dengan situasi nyata.

4. Fungsi Kendala

Syarat non-negatif berarti nilai variabel keputusan tidak boleh kurang dari nol. Secara sederhana, syarat ini ditulis sebagai $x \geq 0$, $y \geq 0$. Syarat ini diperlukan karena dalam banyak masalah nyata, jumlah barang, jumlah produk, atau banyak benda tidak mungkin bernilai negatif. Jadi, syarat non-negatif berfungsi menjaga agar model matematika tetap masuk akal sesuai keadaan sebenarnya.

D. Komponen Model Matematika dalam Program Linear

Membuat model matematika dalam program linear berarti mengubah soal cerita menjadi bentuk matematika yang lebih jelas dan teratur. Secara umum, langkah ini dimulai dari memahami isi masalah, lalu menentukan apa yang dicari, menuliskan batasan-batasan yang ada, dan menyatakan semuanya dalam bentuk matematika.

1. Memahami Masalah pada Soal

Langkah pertama adalah membaca soal dengan teliti, lalu mencari informasi penting yang diketahui dan yang ditanyakan. Pada tahap ini, perlu memperhatikan kata-kata seperti “paling banyak”, “paling sedikit”, “tidak lebih dari”, atau “sekurang-kurangnya” karena kata-kata tersebut akan memengaruhi bentuk pertidaksamaan. Memahami isi soal maka dapat mengetahui hubungan antarbesaran yang ada dalam masalah.

2. Menentukan Variabel Keputusan

Langkah berikutnya adalah menentukan variabel keputusan. Variabel keputusan adalah simbol, misalnya x dan y , yang digunakan untuk menyatakan hal-hal yang belum diketahui. Variabel ini biasanya mewakili banyak barang, jumlah produk, waktu, atau besaran lain yang ingin ditentukan.

3. Menentukan Kendala atau Batasan

Langkah selanjutnya adalah menuliskan semua batasan yang ada pada soal. Batasan ini dapat berupa jumlah bahan, waktu kerja, kapasitas, biaya, atau aturan lain yang harus dipenuhi. Kendala atau Batasan dalam model matematika, ditulis dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan linear.

4. Menuliskan Model Matematika secara Lengkap

Setelah variabel dan kendala ditentukan, semua informasi ditulis menjadi model matematika lengkap. Model ini dapat memuat fungsi tujuan, kendala, dan syarat non-negatif. Syarat non-negatif penting dituliskan karena dalam masalah nyata jumlah barang atau banyak produk tidak mungkin bernilai negatif, sehingga biasanya ditulis $x \geq 0, y \geq 0$.

E. Latihan Soal dan Penyelesaian

Latihan Soal 1

Seorang penjual makanan membuat dua jenis paket sarapan, yaitu paket A dan paket B. Banyak paket A dinyatakan dengan x dan banyak paket B dinyatakan dengan y . Variabel keputusan yang tepat adalah

- x = harga paket A, y = harga paket B
- x = banyak paket A, y = banyak paket B
- x jumlah pembeli, y = keuntungan
- x = bahan baku, y = modal
- x = waktu, y = biaya

Penyelesaian

Variabel keputusan adalah variabel yang menyatakan hal yang ingin ditentukan. Pada soal, yang ingin ditentukan adalah banyak paket A dan banyak paket B.

Jadi: x = banyak paket A dan y = banyak paket B

Jawaban: b

Latihan Soal 2

Sebuah usaha kerajinan membuat tas kecil dan tas besar. Keuntungan untuk setiap tas kecil adalah Rp15.000,00 dan keuntungan untuk setiap tas besar adalah Rp25.000,00. Jika banyak tas kecil dinyatakan dengan x dan banyak tas besar dinyatakan dengan y , maka fungsi tujuan yang menyatakan keuntungan total adalah ...

- $Z = 15.000x + 25.000y$
- $Z = 15.000 + 25.000$
- $Z = x + y$
- $Z = 25.000x + 15.000y$
- $Z = 15.000xy$

Penyelesaian

Keuntungan total diperoleh dari jumlah keuntungan tiap produk. Keuntungan tas kecil = $15.000x$ dan keuntungan tas besar = $25.000y$. Maka fungsi tujuan yang tepat adalah $Z = 15.000x + 25.000y$.

Jawaban: a

Latihan Soal 3

Seorang perajin membuat dua jenis kain tradisional, yaitu tenun ikat dan songket. Setiap lembar tenun ikat membutuhkan 2 gulung benang dan 1 paket pewarna. Setiap lembar songket membutuhkan 1 gulung benang dan 2 paket pewarna. Persediaan benang tidak

lebih dari 80 gulung dan persediaan pewarna tidak lebih dari 60 paket. Jika banyak tenun ikat dinyatakan dengan x dan banyak songket dinyatakan dengan y , maka model matematika yang tepat adalah ...

- a. $2x + y \geq 80, x + 2y \geq 60, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $2x + y \leq 80, x + 2y \leq 60, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $2x + y = 80, x + 2y = 60, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $x + 2y \leq 80, 2x + y \leq 60, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $2x + y \leq 60, x + 2y \leq 80, x \geq 0, y \geq 0$

Penyelesaian

Keterangan	Tenun Ikat	Songket	Maksimum	Model Matematika
Banyak produk	x	y	-	-
Benang	2	1	80	$2x + y \leq 80$
Pewarna	1	2	60	$x + 2y \leq 60$

Syarat non-negatif: $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Jadi model matematika yang tepat adalah $2x + y \leq 80, x + 2y \leq 60, x \geq 0, \text{ dan } y \geq 0$.

Jawaban: b

Latihan Soal 4

Seorang pengrajin membuat dua jenis batik, yaitu batik tulis dan batik cap. Setiap batik tulis memerlukan 3 m kain dan 2 jam pengerjaan. Setiap batik cap memerlukan 2 m kain dan 1 jam pengerjaan. Persediaan kain tidak lebih dari 120 m dan waktu kerja tidak lebih dari 70 jam. Jika banyak batik tulis adalah x dan banyak batik cap adalah y , maka model matematika yang tepat adalah ...

- a. $3x + 2y \leq 120, 2x + y \leq 70, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $3x + 2y \geq 120, 2x + y \geq 70, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $2x + 3y \leq 120, x + 2y \leq 70, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $3x + 2y = 120, 2x + y = 70, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $3x + y \leq 120, 2x + 2y \leq 70, x \geq 0, y \geq 0$

Penyelesaian

Keterangan	Batik Tulis	Batik Cap	Maksimum	Model Matematika
Banyak produk	x	y	-	-
Kain	3	2	120	$3x + 2y \leq 120$
Waktu pengerjaan	2	1	70	$2x + y \leq 70$

Syarat non-negatif: $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Jadi model matematika yang tepat adalah $3x + 2y \leq 120, 2x + y \leq 70, x \geq 0, \text{ dan } y \geq 0$.

Jawaban: a

Latihan Soal 5

Sebuah sanggar seni membuat dua jenis suvenir, yaitu miniatur wayang dan gantungan kunci. Setiap miniatur wayang membutuhkan 4 potong kayu dan 2 jam pengerjaan. Setiap gantungan kunci membutuhkan 1 potong kayu dan 1 jam pengerjaan. Tersedia paling banyak 90 potong kayu dan 40 jam pengerjaan. Keuntungan setiap miniatur wayang adalah Rp20.000,00 dan setiap gantungan kunci adalah Rp8.000,00. Jika banyak miniatur wayang dinyatakan dengan x dan banyak gantungan kunci dinyatakan dengan y , maka pernyataan yang tepat adalah ...

- Fungsi tujuan: $Z = 20.000x + 8.000y$
- Fungsi kendala: $4x + y \leq 90$ dan $2x + y \leq 40$
- Syarat non-negatif: $x \geq 0, y \geq 0$
- Semua pernyataan benar
- Hanya A dan B yang benar

Penyelesaian

Keterangan	Miniatur Wayang	Gantungan Kunci	Maksimum	Model Matematika
Banyak produk	x	y	-	-
Kayu	4	1	90	$4x + y \leq 90$
Waktu pengerjaan	2	1	40	$2x + y \leq 40$

Fungsi tujuan: $Z = 20.000x + 8.000y$.

Syarat non-negatif: $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Semua pernyataan pada pilihan A, B, dan C benar.

Jawaban: d

F. Quiz**Ayo uji pemahamanmu!**

Kerjakan soal-soal berikut dengan teliti. Gunakan pemahamanmu dan pilih satu jawaban yang paling tepat pada setiap soal.

- Seorang pengrajin membuat dua jenis kain tradisional, yaitu batik tulis dan batik cap. Banyak batik tulis dinyatakan dengan x dan banyak batik cap dinyatakan dengan y . Variabel keputusan yang tepat adalah
 - $x =$ harga batik tulis, $y =$ harga batik cap
 - $x =$ banyak batik tulis, $y =$ banyak batik cap
 - $x =$ jumlah pembeli, $y =$ keuntungan
 - $x =$ modal, $y =$ bahan baku
 - $x =$ panjang kain, $y =$ waktu kerja

2. Sebuah sanggar membuat dua jenis pertunjukan budaya, yaitu tari tradisional dan musik angklung. Setiap pertunjukan tari memerlukan 3 jam latihan, sedangkan setiap pertunjukan angklung memerlukan 2 jam latihan. Waktu latihan yang tersedia paling banyak 24 jam. Jika banyak pertunjukan tari dinyatakan dengan x dan banyak pertunjukan angklung dinyatakan dengan y , maka model kendala yang tepat adalah ...
- $3x + 2y \geq 24$
 - $3x + 2y \leq 24$
 - $2x + 3y \leq 24$
 - $3x + y \leq 24$
 - $x + 2y \leq 24$
3. Seorang perajin membuat wayang kulit dan topeng kayu. Setiap wayang kulit membutuhkan 4 lembar kulit olahan, sedangkan setiap topeng kayu membutuhkan 3 papan kayu. Dalam model matematika, informasi tersebut termasuk ke dalam ...
- fungsi tujuan
 - variabel keputusan
 - fungsi kendala
 - titik pojok
 - daerah himpunan penyelesaian
4. Perhatikan bentuk berikut.
- $$2x + 5y \leq 40$$
- Bentuk tersebut disebut linear karena
- variabelnya saling dikalikan
 - variabelnya muncul dalam bentuk sederhana
 - memiliki dua tanda operasi
 - nilainya selalu positif
 - memuat dua ruas yang sama panjang
5. Sebuah kelompok pengrajin tenun ikat dan songket memiliki persediaan benang paling banyak 100 gulung. Jika tenun ikat membutuhkan 2 gulung benang dan songket membutuhkan 3 gulung benang, maka model matematika yang tepat adalah
- $2x + 3y \geq 100$
 - $2x + 3y \leq 100$
 - $3x + 2y \leq 100$
 - $2x + y \leq 100$
 - $x + 3y \leq 100$

6. Suatu usaha kuliner tradisional membuat lempeng dan onde-onde. Keuntungan setiap lempeng adalah Rp2.000,00 dan keuntungan setiap onde-onde adalah Rp3.000,00. Jika banyak lempeng dinyatakan dengan x dan banyak onde-onde dinyatakan dengan y , maka fungsi tujuan yang tepat adalah
- $Z = 2.000 + 3.000$
 - $Z = x + y$
 - $Z = 2.000x + 3.000y$
 - $Z = 3.000x + 2.000y$
 - $Z = 2.000xy$
7. Dalam suatu festival budaya, jumlah pertunjukan reog dan kuda lumping dinyatakan dengan x dan y . Syarat non-negatif yang tepat adalah
- $x > 0, y > 0$
 - $x < 0, y < 0$
 - $x \geq 0, y \geq 0$
 - $x = 0, y = 0$
 - $x \leq 0, y \leq 0$
8. Perhatikan pernyataan berikut.
 “Seorang pembatik dapat membuat paling sedikit 15 kain batik dalam satu minggu.”
 Jika banyak kain batik dinyatakan dengan x , maka model pertidaksamaan yang tepat adalah
- $x \leq 15$
 - $x \geq 15$
 - $x = 15$
 - $x < 15$
 - $x > 15$
9. Sebuah sentra kerajinan membuat tas anyaman bambu dan tempat tisu anyaman bambu. Langkah pertama dalam membuat model matematika dari masalah tersebut adalah
- menggambarkan grafik
 - menentukan titik potong
 - mencari nilai maksimum
 - memahami masalah dan menentukan variabel
 - melakukan eliminasi dan substitusi
10. Seorang pengrajin membuat dua jenis suvenir budaya, yaitu miniatur rumah adat dan gantungan kunci motif batik. Setiap miniatur rumah adat membutuhkan 5 potong

kayu dan setiap gantungan kunci membutuhkan 2 potong kayu. Persediaan kayu tersedia paling banyak 90 potong. Jika banyak miniatur rumah adat dinyatakan dengan x dan banyak gantungan kunci dinyatakan dengan y , maka model matematika yang tepat adalah

- a. $5x + 2y \geq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- b. $5x + 2y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- c. $2x + 5y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- d. $5x + 2y = 90, x \geq 0, y \geq 0$
- e. $5x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$

G. Ringkasan Materi

1. Program linear adalah cara menyatakan masalah sehari-hari ke dalam bentuk matematika.
2. Model matematika adalah hasil menerjemahkan masalah nyata ke dalam bentuk variabel, fungsi, persamaan, atau pertidaksamaan.
3. Komponen model matematika meliputi variabel keputusan, fungsi tujuan, fungsi kendala, dan syarat non-negatif.
4. Langkah membuat model matematika meliputi memahami masalah, menentukan variabel, menuliskan kendala, dan menyusun model matematika.

